

İçindekiler

1 DÜZLEMDE VEKTÖRLER	1
1.1 Kartezyen Koordinatlar	1
1.2 Noktalar ve Vektörler	5
1.3 Vektörler Üzerinde Temel İşlemler	7
1.3.1 Skaler İle Çarpma	9
1.4 İç Çarpım	10
1.4.1 Uzaklık-Norm	11
1.4.2 Doğrultu	13
1.4.3 Vektörlerin Çözümlemesi	15
1.5 Alıştırmalar	17
1.6 ANALİTİK GEOMETRİ	21
2 DÜZLEMDE DOĞRULAR	23
2.1 Doğru ve Doğru Parçaları	23
2.2 Doğru Üzerinde Nokta İrdelemeleri	29
2.3 Bir Doğrunun Eğimi Paralel ve Dik Doğrular	32
2.4 Doğru Denkleminin Standart Kartezyen Formu	36
2.5 Doğru Denkleminin Nokta-Eğim ve İki Nokta Formu	38
2.6 Eksenleri Kestiği Noktalar Cinsinden İfadesi	41
2.7 Doğru Denkleminin Simetrik Formu	42
2.8 Bir Doğru ve Bir Nokta Arasındaki Uzaklık	44
2.9 Doğruların Kesişimi	46
2.10 Alıştırmalar	48
2.11 RENÈ DESCARTES	53
3 KONİKLER	55
3.1 Geometrik Yer	55
3.2 Çember	58
3.3 Parabol	63

3.4	Elips	69
3.5	Hiperbol	73
3.6	Koniklerin Teğet Doğruları	81
3.6.1	Çember ve Bir Doğru	81
3.6.2	Çemberin Normal Denklemi	86
3.6.3	Elips-Teğet	87
3.6.4	Hiperbol-Teğet Doğrusu	89
3.6.5	Parabol- Teğet Doğrusu	90
3.7	Koniklerin Birlikte Tanımlanması	91
3.8	Polar Koordinatlar Cinsinden Konikler	95
3.9	Alıştırmalar	97
3.10	PIERRE de FERMAT	103
4	KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİ	105
4.1	Koordinat Sistemleri	105
4.1.1	Kartezyen Koordinat Sistemi	105
4.1.2	Silindirik Koordinat Sistemi	106
4.1.3	Küresel Koordinat Sistemi	108
4.1.4	Kutupsal Koordinatlar	109
4.2	Eksenlerin Ötelenmesi	111
4.3	Eksenlerin Döndürülmesi	118
4.4	Koniklerin Cebirsel Sınıflandırılması	121
4.5	Sınıflandırma	126
4.6	Alıştırmalar	142
4.7	GOTTFRIED WILHELM von LEIBNIZ	148
5	\mathbb{R}^3 te DOĞRU ve DÜZLEM	151
5.1	Bir Noktasıve Doğrultman Vektörü Verilen Doğru	151
5.2	\mathbb{R}^3 te İki NoktasıVerilen Doğru Denklemi	153
5.3	\mathbb{R}^3 te İki Doğrunun Paralelliği ve Dikliği	154
5.4	\mathbb{R}^3 de Düzlem	155
5.5	Düzlemin Eksenlerden Ayırdığı ParçalarCinsinden Denklemi	158
5.6	Noktasıve Normali Verilen Düzlem	159
5.7	İki Doğrudan Geçen Düzlem Denklemi	160
5.8	Alıştırmalar	164
5.9	EUCLIDES	167
6	NOKTA-DOĞRU-DÜZLEM İLİŞKİLERİ	169
6.1	Bir Noktanın Bir Düzleme Uzaklığı	169
6.2	Düzlemsel Hal	171

6.3	Uzayda Bir Noktanın Bir Doğruya Uzaklığı	171
6.4	İki Düzlemin Karşılaştırılması	173
6.5	İki Düzlemin Açortay Düzlemleri	175
6.6	İki Doğrunun Açortay Doğrusu	176
6.7	Doğru ile Düzlemin Arakesiti	177
6.8	İki Doğrunun Arakesiti	179
6.9	İki Doğru Arasındaki En Kısa Uzaklık	181
6.10	İki Düzlemin Arakesit Doğrusu	183
6.11	Bir Düzleme Göre Simetri	185
6.12	Doğruya Göre Simetri	189
6.13	$y = x$ Doğrusuna Göre Yansıma	192
6.14	Alıştırmalar	193
6.15	el KUHİ	196
7	YÜZEYLER	197
7.1	Yüzey	197
7.2	Küre Yüzeyi	198
7.3	Küre Yüzeyinin Teğet Düzlemi	201
7.4	Dönel Yüzeyler	202
7.5	Regle Yüzeyler	203
7.6	Kuadrik Yüzeyler	205
7.6.1	Elipsoid Yüzeyi	206
7.6.2	Bir Kanatlı Hiperboloid	206
7.6.3	İki Kanatlı Hiperboloid	208
7.6.4	Koni Yüzeyi	209
7.6.5	Eliptik Koni Yüzeyi	209
7.6.6	Eliptik Paraboloid	212
7.6.7	Hiperbolik Paraboloid	212
7.7	Alıştırmalar	213
8	VEKTÖREL CEBİR	219
8.1	Vektörler Cümlesi Üzerinde Cebirsel İşlemler	219
8.1.1	Toplama ve Skaler ile Çarpma	220
8.2	İç Çarpım	220
8.2.1	Açı	221
8.2.2	Norm	221
8.2.3	İzdüşüm Vektörü	222
8.3	Vektörel çarpım	222
8.4	Karma çarpım	223
8.5	Uzaklık	223

8.6	Matrisler	230
8.6.1	Matrisler Üzerinde İşlemler	231
8.6.2	Determinant	232
8.6.3	Lineer Denklem Sistemleri	235
8.7	Alıştırmalar	239
8.8	HÜSEYİN TEVFİK PAŞA	243
9	ÇİZİLEBİLİR SAYILAR	247
9.1	Çizilebilme ve Çizim Araçları	247

ÖNSÖZ

Matematiğin yalnızca okullarda okutulduğu, daha okula başlamamış altı yaş grubunun bile korkulu rüyası olduğu, matematiğe yalnızca zihin geliştirici olarak bakıldığı, entelektüel bir uğraş gibi görüldüğü, günlük işlerde lazım olan matematiği bilmenin yeterli varsayıldığı günler geride kalmıştır. Gerek, insanların teknolojiyi yakından takip ederek kullanmak zorunda olması, teknolojik gelişmelerin matematikten beslendiğini, bilmese de hissetmesi, matematik, matematik tarihi, matematikçilerin biyografilerinden kesitler içeren roman ve filmlerin son yıllarda artması, matematikle uğraşanları "bakın matematik şu şu ... işlere yarar" diye başlayan gereksiz savunmalardan kurtarmıştır.

Matematiğin neye yaradığını anlatarak zaman kaybedemeyiz. Bir talihsizlik olarak, yüzyıllardır bilim yapanlar yaptıkları bilimin ne işe yaradığını günlük hayatta ne gibi faydaları olduğunu anlatmak zorunda bırakılmışlardı. Bu talihsizliğe en çok muhatap olan da matematikçiler olmuştur. Şurası hep gözardı edilmektedir: Bilim sonuç itibarıyla insanlık içindir. Ancak bilimle uğraşanlar, yani bilim insanları yarın şuna yarasın diye ısmarlama bilim yapmayı tek bilim tarzı diye seçemezler. Bu tür çalışmalar yararsız ve bilime zıt gibi görünmesin. Temel olarak belirtmek istediğimiz, bilimsel çalışmayı bu tek kanala sıkıştırmamaktır.

Genel çerçeveden bakılınca bilinen tüm matematik içinde, bugün kullanılan o kadar azıdır ki. Yani "matematiğin çok azı yararlıdır" dersek yanlış mı olur? Hayır, yanlış olmaz. Çünkü henüz az bir kısmı algılanabildiği için o kadarı kullanılıyor. Bilimsel çalışmalar çağların çok ötesinde olmaktadır. Bugün itibarıyla mevcut bilinenlerin çok azını kullanıyor olsak da son yıllarda teknolojik gelişmelerdeki hız, mevcut bilimsel verilerin çok hızlı bir biçimde hayata geçirilmesine sebep olmaktadır. Bugünkü matematiğin ne zaman kullanılacağını kim bu günden bilebilir ve sınırlarını tayin edebilir. O zaman fayda temelli matematik çalışmak olsa olsa matematik yapmamaya götüren bir tuzaktır. Ve ne iyi ki matematikçiler bu tuzağa hiç düşmediler.

Matematik neye yarıyor diyenlerin ki, masum olanlarını kastettik, cevap bulabilecekleri yayınlar artık bulunabilir durumdadır. Yani matematikçiler matematikle uğraşacak, matematiğe gereksinim duyanlar ki, onlar artık herkeştir, ondan yararlanacaklardır.

G.H. Hardy'nin "*Bir Matematikçinin Savunması*" adlı kitabında dediği gibi "*matematikçiler matematikle uğraşırken kimin işine yarayacağını düşünmek zorunda değildirler.*"

Euclides ve Archimedes'ten beri her dönemin bir tuğla koyduğu, Fermat ve Descartes ile rönesansına kavuşan analitik geometri, Descartes'ın modern felsefenin kurucusu olma kimliği ile de ayrıca dikkat çekicidir. Analitik geometrinin modern anlamda inşası kavramsal olarak iki disiplinin, matematik ve felsefenin, yüzyıllardır süren ayrılık ve çekişmesinin sona ermesinin de başlangıcı sayılabilir.

Böyle bir zamanda, daha özgür bir ortamda ikinci kitabımı öğrencilerimle paylaşmaktan keyif alıyorum. Kitabı yazmama teşvik edici olanlar da öğrencilerimdi. Onların son birkaç yıldır artan baskılarının etkisi büyüktür. Bu ağır sorumluluğu önce öğrencim şimdi de meslektaşım olan Şenay BAYDAŞ ile paylaştık. Mesleğimizin güzel taraflarından biri de bu olsa gerek.

Analitik Geometri ders kitabı, 9 bölümden oluşmaktadır.

Kitabın genelinde gerekçelendirilmiş bir anlatım kullanılmaya özen gösterildi. Konu içinde çok sayıda örnekler verildi. Her kesimin sonuna alıştırmalar vermek yerine, alıştırmalar bölümlerin sonuna eklendi.

Bölüm sonlarına koyduğumuz okuma parçalarından amacımız analitik geometrinin gelişimine katkı sağlayan matematikçilerin biyografilerinden kesitler vermek içindir. Dokuzuncu bölümdeki çizilebilir sayılar ise tamamen matematik kültürüne katkı sağlamak, analitik geometrinin kazanımlarının klasik geometriyle karşılaştırılmasını ve klasik geometrinin tahayyüle bağlı güzelliğini hatırlatmak içindir. Kitabın iki kaynağı bize hep heyecan verdi. Bunlardan birincisi Mustafa Kemal Atatürk'ün yazdığı Geometri kitabıdır.

"Bu kitabı Atatürk, ölümünden birbuçuk yıl kadar önce, III. Türk Dil Kurultayı'ndan hemen sonra 1936-1937 yılı kış aylarında Dolmabahçe Sarayı'nda kendi eliyle yazmıştır. Geometri, eski terimle Hendese, eğitim örgütümüzde önemli bir yer tuttuğu halde, bunun terim düzeni çok ağırlık ve çarpıktı. Arapça ile Farsça okul programlarından kaldırılmış, fakat Arapça üzerine kurulmuş olan terimler kalmıştı. İşte bu 44 sayfalık kitapta boyut, uzay, yüzey, düzey, çap, yarıçap, kesit, yay, çember, teğet, açı, açortay, ikizkenar, paralelkenar, artı, eksi,... gibi terimler hep bu amaçla Atatürk tarafından türetilip konmuştur." ¹

İkinci kitap Renè Descartes tarafından yazılan İngilizce "*THE GEOMETRY OF RENÈ DESCARTES*" olarak yayınlanan "*Desmatieres de la GEOMETRIE*" kitabıdır.

¹Geometri kitabının önsözü, Türk Dil Kurumu Başyazmanı A. DİLÂÇAR

Kitabı yazarken yararlandığımız tüm kaynakların yazarlarına, bizi yıllardır dinleyen öğrencilerimize, kitap yazarken destek olan yakınlarımıza ve bizde emeği olan herkese sonsuz teşekkürler.

Bir kişiye en az bir tek şey öğretebilirsek kitap amacına ulaşmış olacaktır.

İkinci okuyucu kazançtır.
Yararlı olması ümidiyle...

Prof. Dr. Bülent KARAKAŞ ²

²Bülent Karakaş, bulentkarakas@gmail.com, bkarakas@yyu.edu.tr, Şenay Baydaş, sbaydas@yyu.edu.tr

Annem Zehra KARAKAŞ

ve

Babam Sıtkı KARAKAŞ

ANISINA